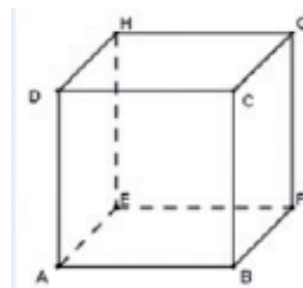


## Géométrie dans l'espace

### → La perspective cavalière

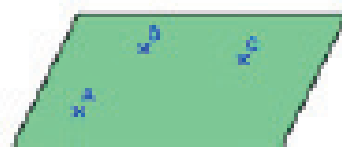
- Les faces situées dans un plan frontal conservent les mesures de longueurs et d'angles.
- Les droites parallèles sont représentées par des droites parallèles.
- Les arêtes non situées dans un plan frontal ont toutes des longueurs réduites d'un même rapport.
- La perspective cavalière conserve l'alignement, le parallélisme et le milieu.



### → Caractérisation d'un plan dans l'espace

Un plan est entièrement défini :

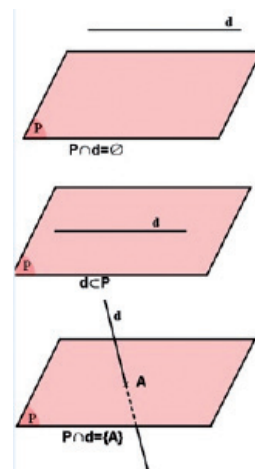
- soit par trois points non alignés.
- soit par une droite et un point extérieur à la droite.
- soit par deux droites sécantes.
- soit par deux droites strictement parallèles.



### → Positions relatives entre une droite et un plan

Une droite et un plan de l'espace ont :

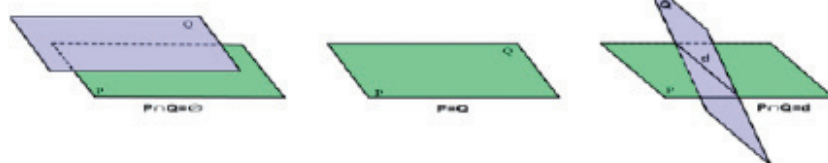
- soit aucun point d'intersection : la droite et le plan sont strictement parallèles.
- soit un point d'intersection : la droite est sécante au plan.
- soit une infinité de points d'intersection : la droite est incluse dans le plan.



### → Positions relatives entre deux plans de l'espace

Deux plans de l'espace sont :

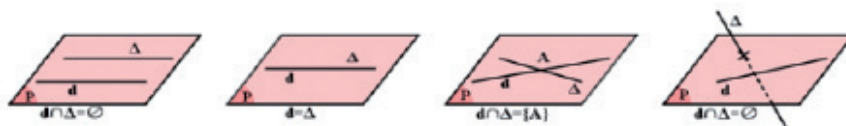
- soit strictement parallèles ;
- soit confondus ;
- soit sécants selon une droite.



### → Positions relatives entre deux droites de l'espace

Deux droites de l'espace sont :

- Soit non coplanaires
- Soit coplanaires et (sécante, strictement parallèles ou confondues)



### → Parallélisme dans l'espace

- Si deux droites sont parallèles à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
- Si deux droites sont parallèles et si un plan passant par l'une des droites est sécant au plan par l'autre droite alors ces deux droites sont parallèles à l'intersection des deux plans.
- Une droite est parallèle à un plan si elle est parallèle à une droite de ce plan.
- Deux plans sont parallèles si et seulement si deux droites sécantes de l'un des plans sont parallèles à deux droites de l'autre plan.
- Si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un, coupe également l'autre et leurs intersections sont parallèles.

## Généralités sur les fonctions

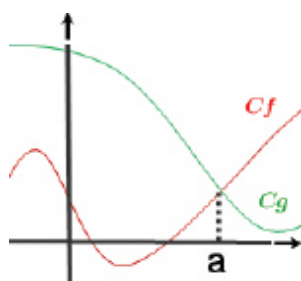
### → Interprétation de $f(a) = b$

Si  $f(a) = b$  on en déduit que

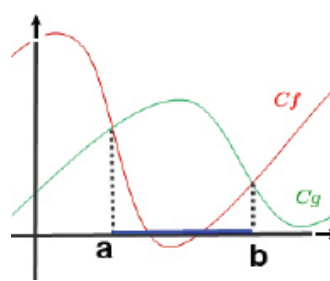
- Le réel  $b$  est l'image du réel  $a$  par la fonction  $f$
- Le réel  $a$  est un antécédent du réel  $b$  par la fonction  $f$
- Le point de coordonnées  $(a ; b)$  est un point de la courbe  $C_f$  représentative de la fonction  $f$ .

### → Résolution graphique d'équations et d'inéquations

Les solutions graphiques d'une équation ou d'une inéquation se lisent toujours sur l'axe des abscisses.



$a$  est la solution de l'équation  $f(x) = g(x)$



L'intervalle  $[a ; b]$  est la solution de l'inéquation  $f(x) \leq g(x)$

### → Sens de variations

- Soit  $f$  une **fonction croissante** sur un intervalle  $I$ , pour tous réels  $x_1$  et  $x_2$  de l'intervalle  $I$ . Si  $x_1 < x_2$ , alors  $f(x_1) \leq f(x_2)$ . On dit qu'une fonction croissante conserve l'ordre.
- Soit  $f$  une **fonction décroissante** sur un intervalle  $I$ , pour tous réels  $x_1$  et  $x_2$  de l'intervalle  $I$ . Si  $x_1 < x_2$ , alors  $f(x_1) \geq f(x_2)$ . On dit qu'une fonction décroissante change l'ordre.

### → Maximum et minimum d'une fonction

Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$

- Le **maximum**  $M$  est la plus grande valeur prise par  $f(x)$  lorsque  $x$  parcourt l'intervalle  $I$ .
- Le **minimum**  $m$  est la plus petite valeur prise par  $f(x)$  lorsque  $x$  parcourt l'intervalle  $I$ .

### → Intervalles bornés

Intervalle	Inégalité	Représentation sur une droite graduée
$x \in [a ; b]$	$a \leq x \leq b$	
$x \in ] a ; b]$	$a < x \leq b$	
$x \in [a ; b[$	$a \leq x < b$	
$x \in ] a ; b[$	$a < x < b$	

## Statistiques descriptives

➔ **Série statistique définie par une liste de  $N$  valeurs**  $x_1; x_2; \dots; x_N$

La **moyenne**  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$ .

➔ **Série statistique définie par un tableau d'effectifs**

Valeur	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\dots$	$x_p$
Effectifs	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$\dots$	$n_p$

L'**effectif total** de la série  $N = \sum_{i=1}^p n_i = n_1 + n_2 + \dots + n_p$ ,

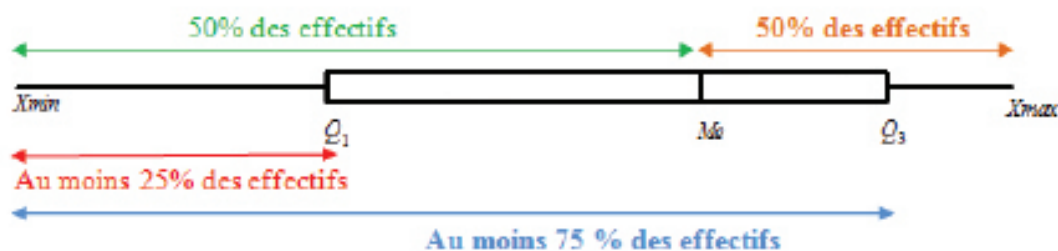
La **fréquence** d'une modalité  $f_i = \frac{n_i}{N}$ .

La **moyenne** de la série  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$  ou  $\bar{x} = \sum_{i=1}^p x_i f_i$ .

➔ **Propriétés de la moyenne**

- Si toutes les valeurs du caractère sont **multipliées** par une constante  $a$  ( $a \neq 0$ ) sans changer les effectifs, la moyenne est elle-même multipliée par  $a$ .
- Si on **ajoute** une même constante  $b$  à toutes les valeurs du caractère, sans changer les effectifs la moyenne est elle-même augmentée de  $b$ .

➔ **Diagramme en boîte.**



➔ **Caractéristiques de dispersion**

- L'étendue  $e = x_{\max} - x_{\min}$ .
- L'écart interquartile  $Q_3 - Q_1$

## Équations et inéquations

### → Résolution algébrique d'équation

Équation	Conditions	Solution	Ensemble
$ax + b = 0$	Si $a \neq 0$ et $b \neq 0$	une seule solution $x = \frac{-b}{a}$	$S = \left\{ \frac{-b}{a} \right\}$
$ax + b = 0$	si $a \neq 0$ et $b = 0$	une seule solution $x = 0$	$S = \{0\}$
$ax + b = 0$	Si $a = 0$ et $b \neq 0$	aucune solution	$S = \emptyset$
$ax + b = 0$	si $a = 0$ et $b = 0$	tous les nombres sont solutions	$S = \mathbb{R}$

➤ Produit nul :  $A \times B = 0 \Leftrightarrow A=0$  ou  $B=0$ .

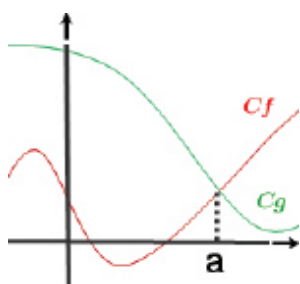
➤ Quotient nul :  $\frac{N}{D} = 0 \Leftrightarrow N = 0$  et  $D \neq 0$ .

### → Règle sur les inégalités

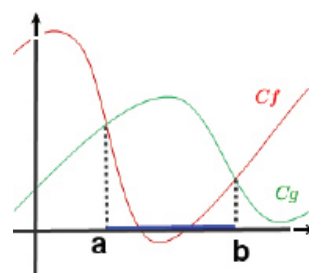
- Si  $a \leq b$ , alors  $a + c \leq b + c$  quel que soit le réel  $c$
- Si  $a \leq b$  et  $k > 0$ , alors  $ka \leq kb$  ; mais si  $k < 0$ , alors  $ka \geq kb$
- Si  $a \leq b$  et  $c \leq d$ , alors  $a + c \leq b + d$
- Si  $0 \leq a \leq b$  et  $0 \leq c \leq d$ , alors  $ac \leq bd$

### → Résolution graphique d'équation ou d'inéquation

Les solutions graphiques d'une équation ou d'une inéquation se lisent toujours sur l'axe des abscisses.



Le réel  $a$  est la solution de l'équation  $f(x) = g(x)$



L'intervalle  $[a; b]$  est la solution de l'inéquation  $f(x) \leq g(x)$

### → Signe de $ax + b$ , où $a \neq 0$

$x$	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	Opposé du signe de $a$		signe de $a$

Pour étudier le signe d'une expression, on cherche toujours à la factoriser, ensuite on applique la règle des signes sur les nombres non nuls :

- Le produit ou le quotient de deux nombres de même signe est positif.
- Le produit ou le quotient de deux nombres de signes contraires est négatif

## Probabilité et échantillonnage

### → Probabilité d'un événement

- Définir une probabilité, c'est associer à chaque issue  $x_i$  un nombre  $p_i$  compris entre 0 et 1 et tels que :  $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$ .

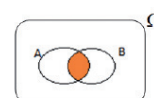
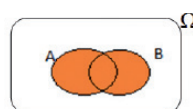
$x_1$	$x_2$	$x_3$	...	$x_p$	Total
$p_1$	$p_2$	$p_3$	...	$p_p$	1

- La probabilité  $p(A)$  d'un événement  $A$  est la somme des probabilités des issues qui le constituent.
- Dans le cas équiprobable à  $n$  issues :  $p(x_i) = \frac{1}{n}$  et  $p(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$ .

### → Réunion et intersection d'intervalles

- Soit  $A$  et  $B$  deux événements quelconques :

$$p(A \cup B) + p(A \cap B) = p(A) + p(B).$$



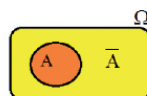
- Soit  $A$  et  $B$  deux événements incompatibles :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B).$$



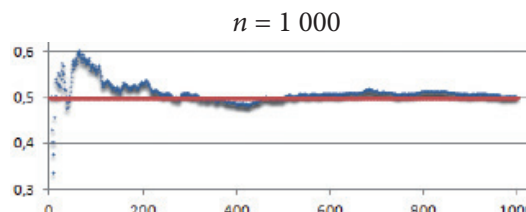
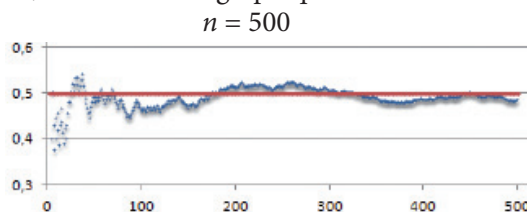
### → Événements contraires

Soit  $A$  un événement quelconque :  $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$ .



### → Simulation

- On simule une expérience aléatoire avec la calculatrice, avec le tableur ou avec un algorithme.
- Lorsqu'il est impossible d'appliquer ou d'utiliser une formule de probabilité, on peut cependant approcher la probabilité par simulation.
- Lorsqu'on simule une répétition de 500 ou 1000 fois le jeu de Pile ou Face et on calcule la fréquence du Pile, on obtient les graphiques suivants :



On voit ainsi que la fréquence du Pile fluctue autour de 0,5 et a tendance à se stabiliser aux alentours de 0,5 et ce d'autant plus que le nombre de répétitions est élevé.

- Quand la taille  $n$  de l'échantillon devient de plus en plus grande, la fréquence  $f$  du caractère de l'échantillon tend à se « stabiliser » vers une valeur théorique  $p$  appelée probabilité de ce caractère : ce phénomène s'appelle « **Loi faible des grands nombres** ».

### → Échantillonnage

Soit  $p$  la proportion d'un caractère dans une population et soit  $f$  la fréquence observée d'un caractère dans un échantillon de taille  $n$  de cette population :

- intervalle de fluctuation :  $\left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$  dans 95 % de cas.
- intervalle de confiance :  $\left[ f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$  dans 95 % de cas.

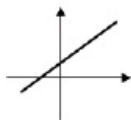
## Fonctions de références

### → Fonction affine

Soit  $f$  la fonction affine définie sur  $\mathbf{R}$  par  $f(x) = ax + b$ , avec  $a \neq 0$ .

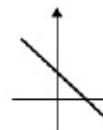
Si  $a > 0$

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Variation de $f$		0	
Signe de $f(x)$	-	0	+



Si  $a < 0$

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Variation de $f$		0	
Signe de $f(x)$	+	0	-



### → Parité

- Une fonction  $f$  est paire sur un ensemble  $E$  si :  $\begin{cases} \forall x \in E, -x \in E \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$ .
- Une fonction  $f$  est impaire sur un ensemble  $E$  si :  $\begin{cases} \forall x \in E, -x \in E \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$ .

### → Fonction « carré »

Soit  $f$  la fonction « carré » définie sur  $\mathbf{R}$  par  $f(x) = x^2$ .

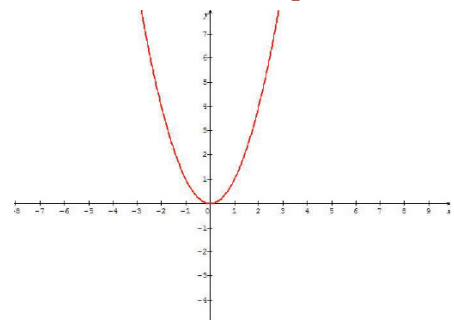
Tableau de variation

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$x^2$		0	

Tableau de signe

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$x^2$	+	0	+

Courbe représentative



### → Fonction « inverse »

Soit  $f$  la fonction « inverse » définie sur  $\mathbf{R}^*$  par  $f(x) = \frac{1}{x}$ .

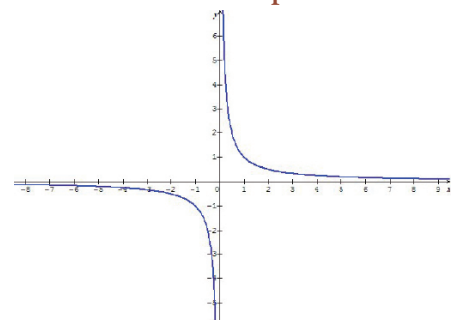
Tableau de variation

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$			

Tableau de signe

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	-		+

Courbe représentative



### → Fonction « cube »

Soit  $f$  la fonction « cube » définie sur  $\mathbf{R}$  par  $f(x) = x^3$ .

Tableau de variation

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$x^3$		0	

Tableau de signe

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$x^3$	-	0	+

Courbe représentative

